Надёжность информационных систем

Лекции 5 – 6. Характеристики надёжности восстанавливаемых объектов

П. А. Макаров





СЫКТЫВКАРСКИЙ
ЛЕСНОЙ
ИНСТИТУТ

6 и 20 ноября 2026 г.

Содержание

1. Необходимая терминология

2. Основные количественные показатели

3. Показатели ремонтопригодности и восстанавливаемости

4. Комплексные показатели надёжности

5. Об использовании различных показателей надёжности

6. Примеры вычислений показателей надёжности

7. Аналитический расчёт надёжности

8. Список литературы

Опр. 1. ***Восстанавливаемость*** */* ***Recoverability*** **:** Свойство объекта, заключающееся в его способности восстанавливаться после отказа без ремонта.
Примечания:

1. Для восстановления могут требоваться или не требоваться внешние воздействия. Для случая, когда внешние воздействия не требуются, может использоваться термин «самовосстанавливаемость».
2. Восстанавливаемость не имеет непосредственного отношения к надёжности объекта.
3. Восстанавливаемость, являясь свойством объекта, не характеризует его надёжность. Объект, обладающий свойством восстанавливаемости, может иметь как высокую, так и низкую надёжность, также как и объект, не обладающий этим свойством.

*Здесь и далее Определения даны согласно ГОСТ Р 27.102-2021 [1].

Опр. 2. ***Восстановление*** **/** ***Restoration*** **:** Процесс и событие, заключающиеся в переходе объекта из неработоспособного состояния в работоспособное состояние.
Примечания:

1. Восстановление как процесс характеризуется операциями и продолжительностью времени от момента возникновения отказа до момента восстановления работоспособного состояния объекта (см. также Опр. 4).
2. Восстановление как событие характеризуется моментом восстановления работоспособного состояния объекта после отказа.

Опр. 3. ***Самовосстановление*** **/** ***Self-recovery*** **:** Восстановление объекта без вмешательства извне.

Опр. 4. ***Время восстановления*** **/** ***Restoration time*** **:** Время, затрачиваемое непосредственно на выполнение операций по восстановлению объекта.

Опр. 5. ***Ремонт / Repair*** **:** Комплекс технических операций и организационных действий по восстановлению исправного или работоспособного состояния объекта и восстановлению ресурса объекта или его составных частей.
Примечания:

1. Ремонт включает локализацию, диагностирование, устранение неисправности и контроль функционирования.
2. Ремонты подразделяют на плановые и внеплановые.
   - Плановый ремонт — ремонт, выполняемый по плану в соответствии с требованиями документации. Плановые ремонты по объёму выполняемых работ, трудоёмкости и периодичности проведения подразделяют на текущие, средние и капитальные.
   - Внеплановый ремонт — ремонт, не предусмотренный планом. Внеплановые ремонты могут быть обусловлены отказом объекта, появлениями повреждений (неисправностей), нарушением правил технической эксплуатации. Внеплановые ремонты подразделяют на аварийно-восстановительные и ремонты по состоянию объекта.

Опр. 6. ***Замена / Substitution*** **:** Процедура поддержания или восстановления работоспособности объекта путём установки запасной части вместо отказавшего или изношенного элемента объекта.

Опр. 7. ***Восстанавливаемый объект / Restorable item*** **:** Объект, восстановление работоспособного состояния которого в рассматриваемой ситуации предусмотрено технической и конструкторской документацией.

Опр. 8. ***Невосстанавливаемый объект / Non-restorable item*** **:** Объект, восстановление работоспособного состояния которого в рассматриваемой ситуации не предусмотрено технической и конструкторской документацией.

Опр. 9. ***Ремонтопригодный объект / Repairable item*** **:** Объект, ремонт которого предусмотрен документацией и возможен в заданных условиях.
Примечание: Заданные условия могут включать технические, экономические и другие аспекты.

Опр. 10. ***Неремонтопригодный объект / Non-repairable item*** **:** Объект, ремонт которого не предусмотрен документацией.

Опр. 11. ***Средняя наработка между отказами*** / ***Mean (operating) time between failures; MTBF*** **:** Математическое ожидание наработки объекта между отказами.
Примечание: В случае, когда наработка между отказами подчиняется экспоненциальному распределению, её называют средней наработкой на отказ и определяют как отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию количества его отказов в течение этой наработки.

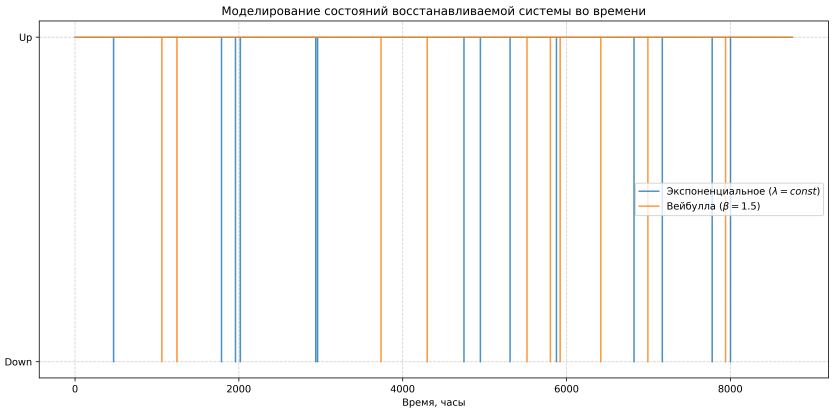


Рис. 1: Оценка временных характеристик различных состояний восстанавливаемых систем

Необходимая терминология

Определение MTBF

$$MTBF = \frac{t}{\mathbb{M}\{n(t)\}}, \tag{1}$$

где t – суммарная наработка; $n(t)$ — количество отказов, произошедших в течение этой наработки.

Статистическая оценка MTBF

Статистическую оценку средней наработки между отказами вычисляют по формуле, аналогичной формуле (1)

$$\widehat{MTBF} = \frac{t}{n(t)}. \tag{2}$$

В отличие от формулы (1) здесь $n(t)$ — это количество отказов, фактически произошедших за период суммарной наработки t.

Формула (2) допускает обобщение на случай, когда объединяют данные, относящиеся к группе однотипных объектов, которые эксплуатируют в статистически однородных условиях.

Опр. 12. ***(мгновенный) Параметр потока отказов / Failure intensity*** **:** Предел отношения вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта за достаточно малый интервал времени к продолжительности этого интервала, стремящейся к нулю.

Для статистически однородного ансамбля объектов

$$\omega(t) = \frac{1}{N} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{\Delta t}. \tag{3}$$

Статистическая оценка

$$\widehat{\omega}(t) = \frac{1}{N} \cdot \frac{\widehat{n}(\Delta t)}{\Delta t}, \tag{4}$$

где $\widehat{n}(\Delta t)$ — число отказавших объектов в интервале времени от $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$.

Опр. 13. ***Средний параметр потока отказов / Mean failure intensity*** **:** Математическое ожидание мгновенного параметра потока отказов за заданный период времени.

$$\omega_{\text{ср}}(t) = \frac{1}{N} \cdot \frac{\mathbb{M}\{n(t_2) - n(t_1)\}}{t_2 - t_1}. \tag{5}$$

Статистическая оценка

$$\widehat{\omega}_{\text{ср}}(t) = \frac{1}{N} \cdot \frac{n(t_2) - n(t_1)}{t_2 - t_1}. \tag{6}$$

Опр. 14. ***Стационарный параметр потока отказов / Stationary failure intensity*** **:** Предел мгновенного параметра потока отказов при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

$$\omega_{\text{st}} = \lim_{t \to \infty} \omega(t). \tag{7}$$

Для стационарных потоков

$$\widehat{\omega}_{\text{st}} = \frac{1}{\widehat{MTBF}}. \tag{8}$$

Опр. 15. ***Вероятность восстановления*** / ***Probability of restoration*** : Вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного значения.

Опр. 16. ***Среднее время восстановления*** / ***Mean restoration time*** : Математическое ожидание времени восстановления.

Часто на практике для обозначения этой характеристики используется аббревиатура *MTTR* (Mean Time To Recovery).

Опр. 17. ***Гамма-процентное время восстановления*** / ***Gamma-percentile restoration time*** : Время, в течение которого, восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью выраженной в процентах.

Опр. 18. ***Интенсивность восстановления / Restoration rate*** : Условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определённая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

Данная величина будет обозначаться нами как μ. В случае экспоненциального распределения времени восстановления справедливо следующее соотношение[1]:

$$\mu = \frac{1}{MTTR}. \tag{9}$$

[1] Это выражение аналогично связи интенсивности отказов λ и средней наработке до отказа $MTTF$ при экспоненциальном распределении ВБР.

Опр. 19. ***(мгновенный) Коэффициент готовности / (instantaneous) Availability factor*** **:** Вероятность того, что в данный момент времени объект находится в работоспособном состоянии, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.
Примечание: В некоторых случаях выделяют проектный коэффициент готовности, определяемый при проектировании для идеальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта, и коэффициент эксплуатационной готовности, определяемый для реальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта. Отношение эксплуатационного коэффициента готовности к проектному характеризует использование объекта по его назначению.

Различают: стационарный и нестационарный коэффициенты готовности, а также средний коэффициент готовности.

Средний коэффициент готовности

Определяет вероятность того, что в произвольный заданный момент времени t объект находится в работоспособном состоянии (кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекты по назначению не предусматривается).

$$K_a = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}. \tag{10}$$

$$MTBF = MTTF + MTTR \quad \Longrightarrow \quad K_a = \frac{MTTF}{MTBF}. \tag{11}$$

Статистическая оценка мгновенного коэффициента готовности

$$\widehat{K}_a(t) = \frac{N_{\text{up}}(t)}{N_0}, \tag{12}$$

где $N_{\text{up}}(t)$ — число объектов, находящихся в работоспособном состоянии в момент времени t.

Таблица 1: Классификация систем по уровню надёжности

K_a	**Тип системы**
0.99	Обычная (Conventional)
0.999	Высокой надёжности (High availability)
0.9999	Отказоустойчивая (Fault resilient)
0.99999	Безотказная (Fault tolerant)

Опр. 20. ***(мгновенный) Коэффициент неготовности / (instantaneous) Unavailability factor*** **:** Вероятность того, что объект в данный момент времени находится в неработоспособном состоянии, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.
Примечание: В некоторых случаях выделяют проектный коэффициент неготовности, определяемый при проектировании для идеальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта, и коэффициент эксплуатационной неготовности, определяемый для реальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта. Отношение эксплуатационного коэффициента неготовности к проектному характеризует использование объекта по его назначению.

В качестве частного случая коэффициента неготовности выделяют коэффициент вынужденного простоя [2], под которым подразумевают отношение времени восстановления к сумме времён наработки на отказ и времени восстановления, взятых за один и тот же календарный срок

$$K_r = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR}. \tag{13}$$

Связь коэффициента вынужденного простоя с K_a

$$K_r = 1 - K_a. \tag{14}$$

Опр. 21. ***Коэффициент оперативной готовности / Operational availability factor*** **:** Вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и начиная с этого момента будет работать безотказно в течение заданного периода времени.

Коэффициент оперативной готовности $K_{\text{op.a}}$ характеризует надёжность объекта, необходимость применения которого возникает в произвольный момент времени, после которого требуется безотказная работа в течение заданной продолжительности времени.

$$K_{\text{op.a}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \cdot P(t_x, t), \tag{15}$$

где $P(t_x, t)$ — условная вероятность безотказной работы системы на интервале $[t_x, t_x + t]$ при условии, что в момент t_x система была работоспособна.

Опр. 22. ***Коэффициент технического использования*** / ***Total availability factor, utilization factor*** **:** Отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

Коэффициент технического использования характеризует долю времени пребывания объекта в работоспособном состоянии относительно общей продолжительности эксплуатации.
Пусть T_p — время простоя системы, обусловленное выполнением планового технического обслуживания и ремонта, пересчитанное на один отказ, тогда

$$K_{\text{tot.a}} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR + T_p}. \tag{16}$$

Опр. 23. ***Коэффициент сохранения эффективности*** **/** ***Efficiency ratio*** **:** Отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определённую продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают.
Примечание: Для каждого типа объектов понятия эффективности и показателя эффективности устанавливают в документации на объект.

Коэффициент сохранения эффективности характеризует степень влияния отказов на эффективность его применения по назначению. Для каждого конкретного типа объектов содержание понятия эффективности и точный смысл показателя (показателей) эффективности устанавливают в техническом задании и вводят в нормативно-техническую и (или) конструкторскую (проектную) документацию.

Об использовании различных показателей надёжности

1. Если время восстановления восстанавливаемого объекта мало по сравнению с временем безотказной работы целесообразно использовать показатели надёжности $\omega(t)$ и $MTTF$, когда $\omega(t) = \text{const}$. Это особенно важно для ИС ответственного применения, отказ которых влечёт за собой тяжёлые последствия даже в условиях высокой скорости восстановления.
2. Если существенное значение имеет полезное время работы восстанавливаемого объекта, в качестве показателя надёжности целесообразно использовать коэффициент готовности K_a. Этот показатель широко применяется для универсальных систем, где существенное значение имеют потери машинного времени.
3. Если важное значение имеет безотказная работа в периоды выполнения операции, то как показатель надёжности применяется коэффициент оперативной готовности $K_{\text{оп.а}}$.

Определите все возможные показатели надёжности ИС, временна́я диаграмма состояний которой показана на рис. 4.

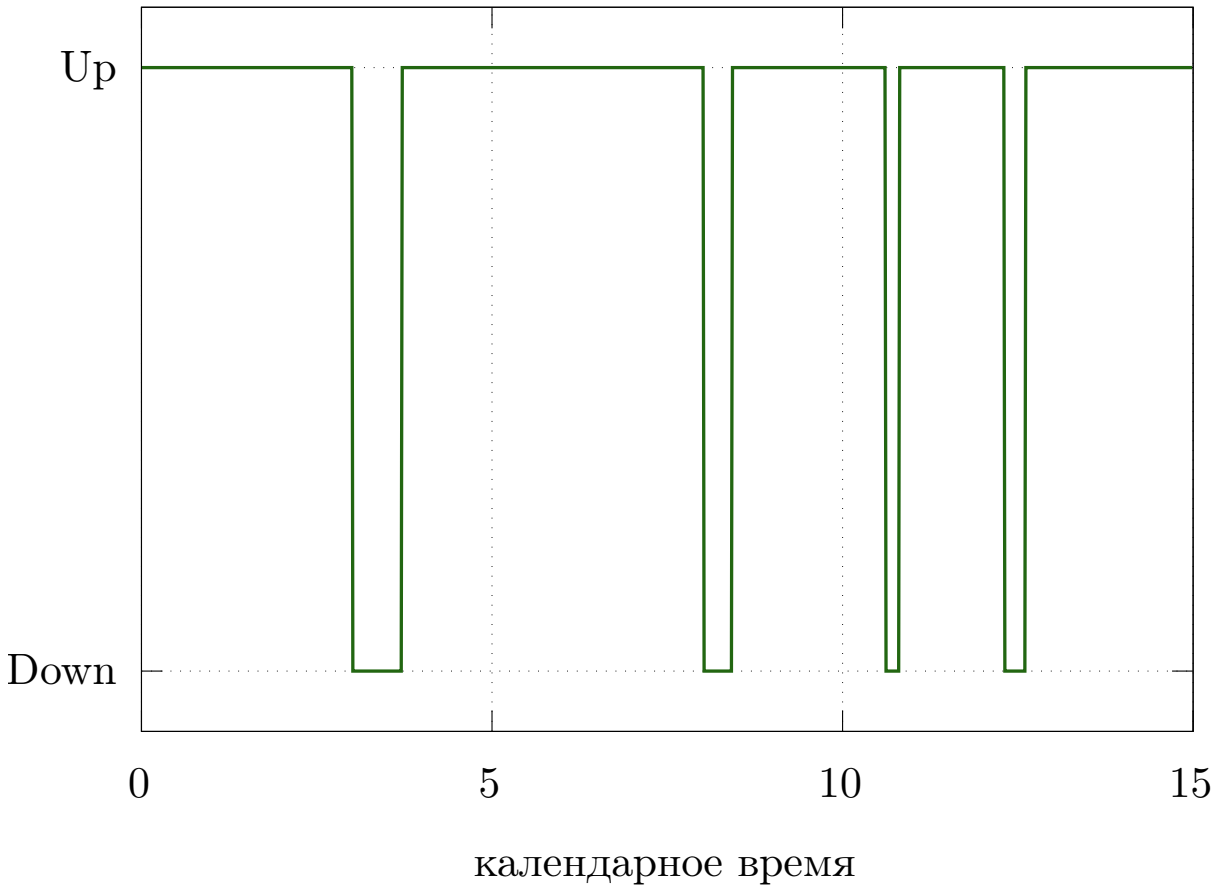
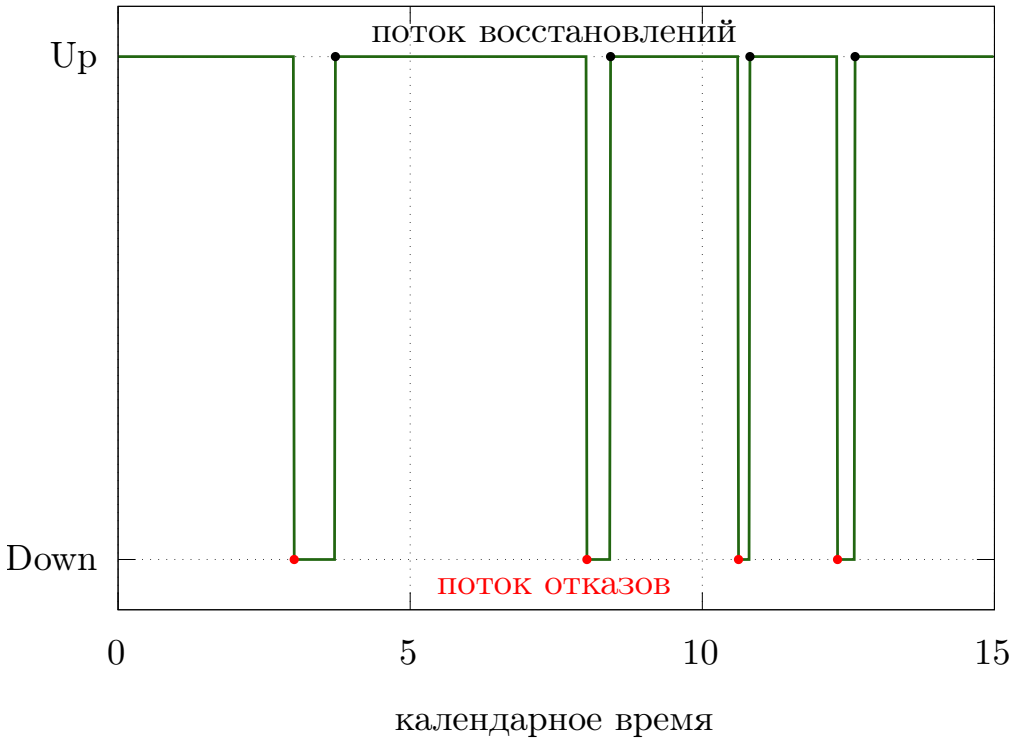


Рис. 2: Диаграмма состояний объекта

Что такое поток отказов?

Что такое поток отказов?



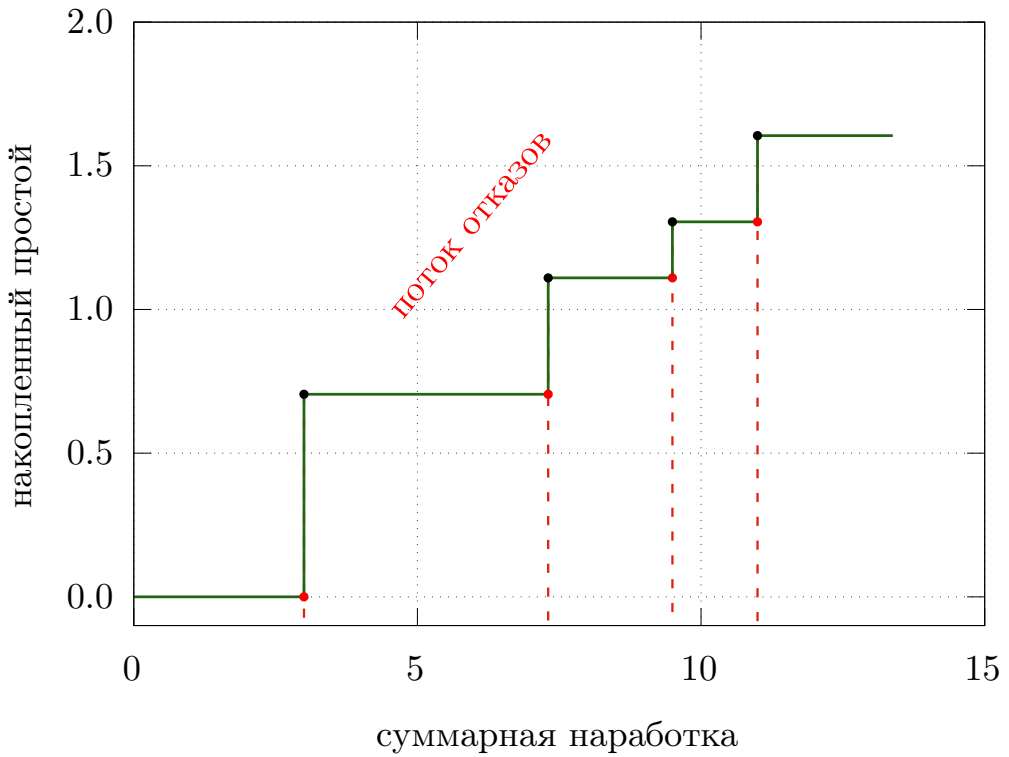
За календарный срок $t_{\text{cal}} = 15$ произошло 4 отказа и восстановления:

$$\widehat{\omega}_{\text{ср}}(t_{\text{cal}} = 15) = \frac{4}{15},$$

$$\widehat{\rho}_{\text{ср}}(t_{\text{cal}} = 15) = \frac{4}{15}.$$

Рис. 3: Диаграмма состояний с потоками отказов и восстановлений

Переход к суммарной наработке.



Суммарная наработка при этом составила $t = 13.38$, а значит:

$$\widehat{\omega}_{\text{ср}}(t) \equiv \widehat{\lambda} = \frac{4}{13.38},$$

$$MTTF = \frac{1}{\widehat{\lambda}} = 3.345,$$

$$MTTR = \frac{1}{\widehat{\mu}} = 0.405,$$

$$K_a = 0.892.$$

Рис. 4: Диаграмма накопленный простой — суммарная наработка

Основная задача расчёта надёжности ИС — построение математических моделей, адекватных вероятностным процессам их функционирования.

Вид математической модели определяет возможность получения расчётных формул.

Основные аналитические методы

- метод интегральных уравнений,
- метод дифференциальных уравнений,
- метод переходных интенсивностей,
- метод оценки надёжности по графу возможных состояний
- и другие.

Преимущества

Метод интегральных уравнений является наиболее общим — его можно применять при расчёте надёжности любых (восстанавливаемых и невосстанавливаемых) систем при любых распределениях ВБР и времени восстановления.

Суть метода

Для определения показателей надёжности системы составляют и решают интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, связывающие характеристики распределения ВБР, а для восстанавливаемых систем — и время восстановления элементов.

Недостатки

Высокая трудоёмкость решения.

Постановка задачи

Имеется объект с произвольными функциями распределения времени безотказной работы $F(t)$ и времени восстановления $G(t)$. Переключения между работоспособным и неработоспособным состояниями предполагаются мгновенными. Требуется найти нестационарный коэффициент готовности $K_a(t)$ — вероятность того, что объект работает в произвольный момент времени t.

Постановка задачи

Имеется объект с произвольными функциями распределения времени безотказной работы $F(t)$ и времени восстановления $G(t)$. Переключения между работоспособным и неработоспособным состояниями предполагаются мгновенными. Требуется найти нестационарный коэффициент готовности $K_a(t)$ — вероятность того, что объект работает в произвольный момент времени t.

Начало решения — функция распределения времени полного цикла

Полный цикл функционирования объекта включает два этапа: «работа + восстановление». Функция распределения времени полного цикла объекта

$$H(t) = \int_0^t G(t-\tau)\,\mathrm{d}F(\tau). \tag{17}$$

Продолжение решения

Уравнение Вольтерры II рода — основное уравнение теории восстановления:

$$K_a(t) = 1 - F(t) + \int_0^t K_a(t-\tau)\,\mathrm{d}H(\tau), \qquad (18)$$

где $P(t) = 1 - F(t)$ — ВБР объекта.

Завершение — подходы к решению уравнений (18)

1. Аналитический (операционный): применение преобразования Лапласа — Стилтьеса.
2. Асимптотический: использование ключевой теоремы теории восстановления для нахождения установившейся готовности при $t \to \infty$ (стационарного коэффициента готовности):

$$K_a = \frac{\int\limits_0^\infty (1 - F(t))\,\mathrm{d}t}{\int\limits_0^\infty (1 - F(t))\,\mathrm{d}t + \int\limits_0^\infty (1 - G(t))\,\mathrm{d}t}. \qquad (19)$$

3. Численный: методы квадратур или дискретизация интеграла по шагам времени (конечно-разностные схемы).

Предположение

Пусть ВБР $P(t)$ и вероятность того, что восстановление ещё не завершено, имеют аналогичный вид: $e^{-\lambda t}$ и $e^{-\mu t}$, соответственно.

Функции распределения

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad G(t) = 1 - e^{-\mu t}. \tag{20}$$

Функция распределения времени полного цикла

Подставляя (20) в (17), приходим к интегралу

$$H(t) = \int_0^t (1 - e^{-\mu(t-\tau)})\, \lambda e^{-\lambda\tau} \mathrm{d}\tau. \tag{21}$$

Результаты интегрирования

$$H(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\mu t} \frac{1 - e^{-(\lambda-\mu)t}}{\lambda - \mu}. \tag{22}$$

$$H(t) = 1 + \frac{\mu}{\lambda - \mu} e^{-\lambda t} - \frac{\lambda}{\lambda - \mu} \lambda e^{-\mu t}. \tag{23}$$

Плотность распределения времени полного цикла

$$h(t) = \frac{\mathrm{d}H(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda\mu}{\lambda - \mu} \left(e^{-\mu t} - e^{-\lambda t} \right). \tag{24}$$

Уравнение Вольтеры (18) через плотность $h(t)$

$$K_a(t) = e^{-\lambda t} + \int_0^t K_a(t - \tau)\, h(\tau) \mathrm{d}\tau. \tag{25}$$

Применяем преобразование Лапласа $\mathcal{L}\{K_a(t)\} = \widetilde{K}_a(s)$ к обеим частям уравнения (25). По теореме о свёртке интеграл переходит в произведение изображений:

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} + \widetilde{K}_a(s)\widetilde{h}(s). \tag{26}$$

Здесь использован известный из операционного исчисления факт о том, что образом экспоненты является дробь

$$\mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}. \tag{27}$$

Пользуясь этим же фактом, находим изображение плотности $\widetilde{h}(s)$:

$$\widetilde{h}(s) = \frac{\lambda\mu}{\lambda-\mu}\left(\frac{1}{s+\mu} - \frac{1}{s+\lambda}\right) = \frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}. \tag{28}$$

$$(28) \to (26) \quad : \quad \widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} + \widetilde{K}_a(s)\frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}. \quad (29)$$

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}\right]^{-1} = \frac{s+\mu}{s(s+\mu+\lambda)}. \quad (30)$$

$$(28) \to (26) \quad : \quad \widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} + \widetilde{K}_a(s)\frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}. \quad (29)$$

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}\right]^{-1} = \frac{s+\mu}{s(s+\mu+\lambda)}. \quad (30)$$

Разлагаем получившееся выражение на простейшие дроби

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \cdot \frac{1}{s} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \cdot \frac{1}{s+\lambda+\mu}. \quad (31)$$

$$(28) \to (26) \quad : \quad \widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} + \widetilde{K}_a(s)\frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}. \tag{29}$$

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{1}{s+\lambda} \cdot \left[1 - \frac{\lambda\mu}{(s+\mu)(s+\lambda)}\right]^{-1} = \frac{s+\mu}{s(s+\mu+\lambda)}. \tag{30}$$

Разлагаем получившееся выражение на простейшие дроби

$$\widetilde{K}_a(s) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \cdot \frac{1}{s} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \cdot \frac{1}{s+\lambda+\mu}. \tag{31}$$

Применяем обратное преобразование Лапласа:

$$\boxed{K_a(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\, e^{-(\lambda+\mu)t}.} \tag{32}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = \theta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases} \tag{33}$$

Два способа вычисления

1. Использование общей теоремы (19): подстановка в отношение (19) функций распределения (20):

$$K_a = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + 1/\mu} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}. \qquad (34)$$

2. Использование полученного аналитического результата (32):

$$K_a = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\,e^{-(\lambda+\mu)t}\right] = \frac{\mu}{\lambda+\mu}. \qquad (35)$$

Полученный результат (34) совпадает с определением среднего коэффициента готовности (10).

Метод применяется для оценки надёжности восстанавливаемых объектов и основан на допущении о показательных распределениях наработки между отказами и времени восстановления. При этом параметр потока отказов

$$\omega = \lambda = \frac{1}{MTTF}, \tag{36}$$

а интенсивность восстановления

$$\mu = \frac{1}{MTTR}. \tag{37}$$

Для применения метода необходимо иметь математическую модель для множества возможных состояний системы $S = \{S_0, S_1, S_2, \ldots, S_n\}$, в которых она может находиться при отказах и восстановлениях системы. Система S скачком переходит из одного состояния в другое под действием отказов и восстановлений её отдельных элементов.

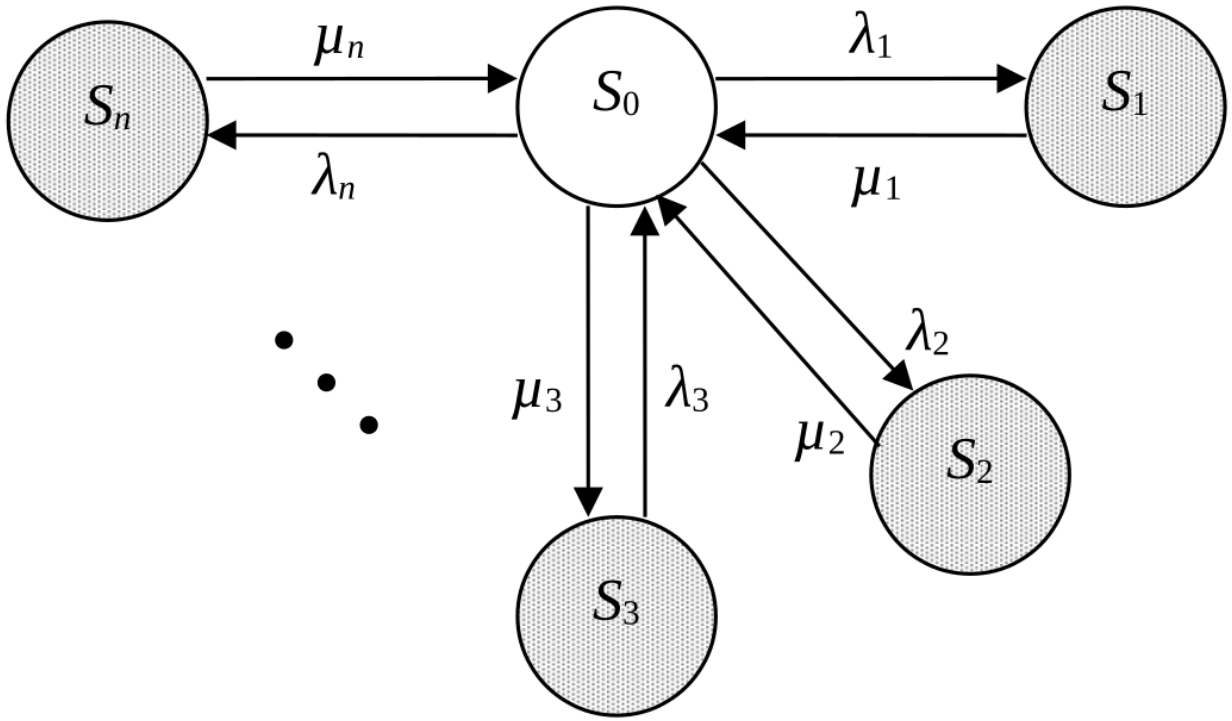


Рис. 5: Граф состояний восстанавливаемой системы при предположении пренебрежимо малой вероятности одновременного появления двух и более неработоспособных элементов

Структура уравнений

1. В левой части каждого уравнения записывается производная вероятности нахождения объекта в рассматриваемом состоянии (вершине графа), а правая часть содержит столько членов, сколько рёбер графа состояний связано с этой вершиной.
2. Если ребро направлено из данной вершины, соответствующий член имеет знак минус, если в данную вершину — знак плюс.
3. Каждый член равен произведению параметра интенсивности отказа (восстановления), связанного с данным ребром, на вероятность нахождения в той вершине графа, из которой исходит ребро.
4. Система включает столько уравнений, сколько вершин в графе состояний объекта.
5. Система дополняется нормировочным условием:

$$\sum_{j=0}^{N} P_j(t) = 1, \tag{38}$$

где $P_j(t)$ — вероятность нахождения в j-м состоянии, а N — их число.

Решение системы уравнений Колмогорова при конкретных условиях даёт значение искомых вероятностей $P_j(t)$. Все множество возможных состояний системы разбивается на две части: подмножество состояний n_1, в которых система работоспособна, и подмножество состояний n_2, в которых система неработоспособна. Нестационарный коэффициент готовности системы при этом определяется суммой:

$$K_a(t) = \sum_{j=0}^{n_1} P_j(t), \tag{39}$$

где $P_j(t)$ — вероятность нахождения системы в j работоспособном состоянии; n_1 — число состояний в которых система работоспособна. Когда необходимо вычислить стационарный коэффициент готовности системы, рассматривают установившийся режим эксплуатации при $t \to \infty$. При этом все производные $\dot{P}_j(t) = 0$ и система дифференциальных уравнений переходят в систему алгебраических уравнений, которые легко решаются.

По графу состояний (рис. 5) составляют систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{P}_1(t) &= \lambda_1 P_0(t) - \mu_1 P_1(t), \\
&\vdots \\
\dot{P}_n(t) &= \lambda_n P_0(t) - \mu_n P_n(t), \\
\dot{P}_0(t) &= \sum_{j=1}^{n} \mu_j P_j(t) - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j P_0(t).
\end{aligned} \tag{40}$$

Данную систему уравнений решают с учётом нормировочного условия (38) при следующих начальных условиях:

$$P_0(0) = 1, \quad P_j(0) = 0, \forall j = 1, \ldots, n. \tag{41}$$

В установившемся режиме эксплуатации (при $t \to \infty$) имеем:

$$\begin{gathered}
\lambda_1 P_0 - \mu_1 P_1 = 0, \\
\vdots \\
\lambda_n P_0 - \mu_n P_n = 0, \\
\sum_{j=1}^{n} \mu_j P_j - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j P_0 = 0.
\end{gathered} \tag{42}$$

Решив полученную систему алгебраических уравнений с учётом нормировочного условия, находим стационарные показатели надёжности.

Список литературы

1. ГОСТ Р 27.102-2021. Надёжность в технике. Надёжность объекта. Термины и определения. — Москва, 2021.
2. *Расулова С. С.* Надёжность информационных систем. — Ташкент : Ташкентский университет информационных технологий, 2007. — С. 118.