

Программа экзамена по дисциплине
Численные методы решений волновых уравнений

ИТНИТ, группа 112-МКо
2019–2020 учебный год, 1 семестр

Преподаватель: Макаров П. А.

Экзаменационный билет включает теоретический вопрос и практическую задачу. Решение задачи представляет собой следующие действия:

1. разработка вычислительного алгоритма;
2. написание и отладка расчётной программы;
3. подготовка дополнительных скриптов, позволяющих получить изображения (и/или анимацию, там где это требуется), качественно иллюстрирующие особенности рассматриваемого процесса;
4. проведение численных экспериментов, проверка результатов на корректность и выявление ограничений разработанной реализации алгоритма.

Теоретические вопросы

Введение

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Неоднородное волновое уравнение. Задача Коши и её решение.
3. Основные методы решения волновых уравнений.

Основы электродинамики

4. Электрическое поле и его характеристики. Основы электростатики.
5. Оператор Гамильтона, градиент, дивергенция и ротор. Дискретная аппроксимация.
6. Уравнения Пуассона и Лапласа. Теоремы Гаусса и Стокса.
7. Электрическая проводимость, закон Ома и закон сохранения заряда.
8. Основы магнитостатики. Магнитное поле и закон Био—Савара—Лапласа.
9. Условия на границе раздела двух сред.
10. Законы Ампера—Максвелла и Фарадея.
11. Уравнения Максвелла и волновое уравнение.

Основы метода FDTD

12. Разностная аппроксимация производных.
13. Алгоритм Йи.
14. Вывод Update Equations в одномерном случае.

15. Число Куранта. Одномерное FDTD-пространство и его программная реализация.
16. Различные типы граничных условий (жёстко заданные, поглощающие, периодические) и их влияние на решение задачи.
17. Включение в модель дополнительных источников тока.
18. Формализм полного и рассеянного поля (TFSF).
19. Моделирование распространения волн в неоднородных материалах.
20. Моделирование распространения волн в материалах с потерями.

Примерные экзаменационные задачи

1. Смоделировать распространение в воздухе ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$) волнового пакета, создаваемого источником, расположенным на левой границе пространственной сетки $Ez[0]$. Сигнал имеет следующую форму

$$f(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i).$$

Основные параметры задачи: N , $\{A_i\}_1^N$, $\{f_i\}_1^N$, $\{\varphi_i\}_1^N$ задаются пользователем программы и должны удовлетворять ограничениям метода FDTD.

2. Смоделировать поведение сигнала, имеющего вид волнового цуга

$$f(t) = \begin{cases} A \sin(2\pi f t + \varphi), & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & t > T, \end{cases}$$

в резонаторе с жёстко заданными граничными условиями:

$$Ez[0] = Ez[SIZE - 1] = 0.$$

Основные параметры задачи: A , f , φ и T задаются пользователем программы и должны удовлетворять ограничениям метода FDTD.

3. Смоделируйте распространение в воздухе амплитудно-модулированного сигнала, определяемого следующим образом:

$$I_{AM}(t) = I_c(t) \left[1 + m \frac{I_m(t)}{|I_m(t)|_{\max}} \right].$$

Здесь $I_c(t)$ — несущий (модулируемый) сигнал, $I_m(t)$ — информационный (модулирующий) сигнал, а величина $m > 0$ — параметр модуляции.

Ограничьтесь гармонической формой несущего и информационного сигналов:

$$I_c(t) = A_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c),$$

$$I_m(t) = A_m \sin(2\pi f_m t + \varphi_m).$$

Моделирование провести в режиме неискажённой модуляции $m \leq 1$.

Основные параметры задачи: A_c , f_c , φ_c , A_m , f_m , φ_m и m задаются пользователем программы и должны удовлетворять ограничениям метода FDTD.

4. Рассмотрите следующую проблему. Пусть волновой пуг вида

$$f(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i), & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & t > T, \end{cases}$$

падает из воздуха ($\varepsilon_{\text{air}} = 1, \mu_{\text{air}} = 1$) на слой немагнитного диэлектрика ($\varepsilon_d \neq 1, \mu_d = 1$) толщины h , расположенный в между узлами сетки $\mathbf{Ez}[\mathbf{d}]$ и $\mathbf{Ez}[\mathbf{d}+\mathbf{h}]$. За диэлектриком справа также располагается слой воздуха.

Основные параметры задачи: $\{A_i\}_1^N, \{f_i\}_1^N, \{\varphi_i\}_1^N, T, \varepsilon_d, d$ и h задаются пользователем программы и должны удовлетворять ограничениям метода FDTD.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.
3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики.
4. Морс Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики.
5. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны.
6. Schneider J.B. Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method.
7. Inan U.S., Marshall R.A. Numerical Electromagnetics. The FDTD Method.